Exercice n° 5 :

$(E) : z^3 - (3+4i)z^2 - 4(1-3i)z + 12 = 0$

admet une solution réelle z_0.

$\Leftrightarrow z_0^3 - (3+4i)z_0^2 - 4(1-3i)z_0 + 12 = 0$

$\Leftrightarrow z_0^3 - 3z_0^2 - 4iz_0^2 - 4z_0 + 12iz_0 + 12 = 0$

$\Leftrightarrow (z_0^3 - 3z_0^2 - 4z_0 + 12) + i(-4z_0^2 + 12z_0) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -4z_0^2 + 12z_0 = 0 \\ z_0^3 - 3z_0^2 - 4z_0 + 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4z_0(z_0 - 3) = 0 \\ z_0^3 - 3z_0^2 - 4z_0 + 12 = 0 \end{cases}$

alors $z_0 = 0$ ou $z_0 = 3$

$0^3 - 3\times 0^2 - 4\times 0 + 12 \neq 0$ | $3^2 - 3\times 3^2 - 4(3) + 12 = 0$ Vraie pour $z_0 = 3$

donc $z_0 = 3$ est la solution adéquate, c'est la bonne solution.

Alors (E) s'écrit :

$(E) : (z-3)(az^2 + bz + c) = 0$

$\Leftrightarrow z^3 - (3+4i)z^2 - 4(1-3i)z + 12$

$= az_0^3 + (b-3a)z^2 + (c-3b)z - 3c$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b - 3a = -3 - 4i \Leftrightarrow b = -4i - 3 + 3 = -4i \\ -3c = 12 \Leftrightarrow c = -4 \end{cases}$ $b = -4i$

d'où $(E) : (z-3)(z^2 - 4iz - 4) = 0$

$\Leftrightarrow z - 3 = 0$ ou $z^2 - 4iz - 4 = 0$

$\Leftrightarrow z = 3$ ou $\Delta' = (2i)^2 + 4 = 0$

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn